

I quadri di riferimento: Matematica



Il Quadro di Riferimento (QdR) per le prove di valutazione dell'INVALSI di matematica presenta le idee chiave che guidano la progettazione delle prove, per quanto riguarda:

- a) gli **ambiti della valutazione**, cioè quali aspetti della matematica del primo ciclo della scuola si valutano, e la scelta degli argomenti oggetto della valutazione;
- b) i **modi della valutazione**, ossia le caratteristiche degli strumenti di valutazione e i criteri seguiti nella costruzione delle prove.

Servizio Nazionale di Valutazione



Indagini sugli apprendimenti a.s. 2010-2011

Quadro di Riferimento di Matematica

la rilevazione degli apprendimenti **INVALSI**

14 marzo, Verona e 16 marzo, Vicenza

Roberta Cielo – robertacielo@libero.it

I quadri di riferimento: Matematica



L'apprendimento della matematica è una componente fondamentale nell'educazione e la crescita della persona. La competenza matematica è un fattore fondamentale nella consapevolezza del futuro cittadino e nella sua riuscita nel mondo professionale. Interessa perciò sondare se le conoscenze che la scuola, ai diversi livelli, stimola e trasmette, sono ben ancorate ad un insieme di **concetti fondamentali di base** e di **conoscenze stabili**, almeno sui livelli essenziali. Si vuole in primo luogo valutare la conoscenza della disciplina matematica e dei suoi strumenti, intendendo tale disciplina come **conoscenza concettuale**, frutto cioè di interiorizzazione dell'esperienza e di riflessione critica, non di addestramento "meccanico" o di apprendimento mnemonico.

I quadri di riferimento: Matematica



Il QdR costituisce il documento fondamentale per:

- gli *autori* delle prove,
- gli *esperti* che ne curano la revisione sia sotto il profilo dei contenuti che sotto quello misuratorio,
- i **docenti** che sono chiamati a interpretare i risultati dei loro allievi,
- i *stakeholder* che utilizzano i risultati delle rilevazioni standardizzate nazionali per valutare i livelli di apprendimento garantiti dal sistema educativo nel suo complesso.

I quadri di riferimento : Matematica



Tipi di quesiti

Le prove INVALSI di matematica potranno essere, in genere, costituite da quesiti di due diverse categorie:

- a) quesiti a “risposta chiusa” sono domande con risposta a scelta multipla. Una sola delle risposte che proposte è corretta.
- b) quesiti a cosiddetta “risposta falsa-aperta” o a risposta “univoca” si intendono domande che richiedono allo studente semplici risposte (come ad esempio il risultato di un calcolo algebrico o numerico oppure ancora l’adesione o la negazione di determinate affermazioni) che sono perciò suscettibili di una valutazione rapida e sicura.

In alcuni dei quesiti si potrà richiedere una **breve argomentazione**, la spiegazione del percorso seguito per la risoluzione o la giustificazione di alcune affermazioni.

I quadri di riferimento: Matematica



Le prove INVALSI non devono limitarsi a valutare l'apprendimento della matematica utile, ma devono cercare di far riferimento alla matematica come strumento di pensiero e alla matematica come disciplina con un proprio specifico statuto epistemologico.

Tali prove consistono di quesiti costruiti in relazioni a due dimensioni:

- I. i **contenuti matematici**: divisi per grandi blocchi o nuclei: Numeri, Spazio e figure, Relazioni e funzioni, Misure, dati e previsioni;
- II. i **processi coinvolti** nel lavoro matematico e nella risoluzione di problemi.

Oggetti delle indagini OCSE-PISA e IEA-TIMSS

OCSE-PISA *mathematical literacy* “la **capacità** di un individuo di individuare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel **mondo reale**, di operare valutazioni fondate e di **utilizzare la matematica** e confrontarsi con essa in modi che rispondono alle **esigenze della vita** di quell’individuo in quanto **cittadino** impegnato, che riflette e che esercita un ruolo costruttivo.”

IEA-TIMSS definisce l’oggetto di rilevazione in termini di conoscenze e abilità “intercettate” dai **curricoli scolastici** dei diversi Paesi e coniuga le diverse aree disciplinari (**domini di contenuto**) coi processi cognitivi messi in atto dagli studenti (**domini cognitivi**)

Matematica: la struttura del Quadro di Riferimento



I contenuti matematici : NUMERI



Numeri naturali e loro rappresentazione in base dieci. Addizione e sottrazione fra numeri naturali. Moltiplicazione e divisione fra numeri naturali. Numeri decimali e frazioni. Frazioni equivalenti. Scrittura posizionale dei numeri naturali e decimali. Operazioni fra numeri decimali. Proprietà delle operazioni. Significato delle parentesi in sequenze di operazioni. Proprietà dei numeri naturali: precedente successivo, pari dispari, doppio, metà...). Operazioni con i numeri interi. Calcolo approssimato. Potenze di numeri naturali e interi. Numeri primi. Multipli e divisori. Rapporti, percentuali e proporzioni. Numeri decimali limitati e illimitati periodici (rappresentazione decimale e frazionaria). Numeri razionali. Operazioni con i numeri razionali. Numeri decimali non periodici.

I contenuti matematici



Indicazioni per il curriculum (SNV)	OCSE-PISA (idee chiave)	TIMSS (domini di contenuto)
Numeri	Quantità	Numero
Spazio e figure	Spazio e forma	Geometria
Relazioni e funzioni	Cambiamenti e relazioni	Algebra
Misure, dati e previsioni	Incertezza	Dati e caso

I contenuti matematici: RELAZIONI e FUNZIONI



Classificazione di oggetti, figure, numeri in base a una determinata proprietà. Equivalenze e ordinamenti. Grandezze direttamente e inversamente proporzionali Ricerca di regolarità in sequenze di numeri, figure, simboli e parole. Generalizzazione di regolarità attraverso parole e espressioni algebriche. Funzioni del tipo $y=ax$, $y=a/x$ e $y=x^2$ e loro rappresentazione grafica. Rappresentazione di funzioni attraverso parole, tabelle, grafici, espressioni algebriche. Equazioni di primo grado. Rappresentazione di fatti e fenomeni attraverso tabelle, grafici ed espressioni algebriche.

I contenuti matematici : SPAZIO e FIGURE



Mappe, piantine e orientamento. Rappresentazione di oggetti nel piano e nello spazio. Semplici figure dello spazio e del piano (cubo, sfera, triangolo, quadrato...). I principali enti geometrici. Angoli e loro ampiezza. Rette incidenti, parallele e perpendicolari. Verticalità, orizzontalità. Uguaglianza di figure. Equivalenza fra figure. Composizione e scomposizione di figure. Elementi di semplici figure dello spazio (vertici, spigoli, ...). Unità di misure di lunghezze, aree e volumi. Perimetro di poligoni. Aree di poligoni. Somma degli angoli di un triangolo e di poligoni. Teorema di Pitagora. Traslazioni, rotazioni e simmetrie. Riproduzioni in scala: ampliamenti e riduzioni. Lunghezza della circonferenza e area del cerchio. Angoli al centro e angoli alla circonferenza. Aree e volumi dei principali solidi. Rappresentazione piana di figure solide. Sistema di riferimento cartesiano. Rappresentazione sul piano cartesiano di figure piane e di trasformazioni geometriche.

I processi cognitivi: uno sguardo alle rilevazioni internazionali



TIMSS	OCSE-PISA	Descrizione
Conoscere	Riproduzione	Riproduzione di conoscenze matematiche conosciute esecuzioni di operazioni di routine
Applicare	Connessioni	Integrazione e connessione di parti diverse della matematica e di rappresentazioni differenti
Ragionare	Riflessioni	Astrazione, generalizzazione e modellizzazione applicate a nuovi contesti

I contenuti matematici : MISURE, DATI e PREVISIONI

Il collettivo statistico e i suoi elementi. Prime rappresentazioni di dati (tabelle, pittogrammi, grafici a barre, ecc.). Caratteri qualitativi e quantitativi. Moda, mediana e media aritmetica. Istogrammi. Calcolo di frequenze relative e percentuali. Diagrammi di vario tipo. Evento certo, possibile e impossibile. Campione estratto da una popolazione: casuale e non casuale. Probabilità di un evento: valutazione della probabilità di eventi elementari ed equiprobabili. Semplici valutazioni di probabilità di un evento a partire da dati statistici.

Misure di grandezze discrete per conteggio. Misure di grandezze continue attraverso oggetti e strumenti. Il Sistema Internazionale di misura. Stime e approssimazioni. Notazione scientifica



PROCESSI COGNITIVI snv

6. Acquisire progressivamente **forme tipiche del pensiero matematico** (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*)
7. Utilizzare la matematica appresa per il **trattamento quantitativo dell'informazione** in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...*);
8. Saper riconoscere le forme nello spazio (*riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...*).

PROCESSI COGNITIVI snv

1. Conoscere e padroneggiare **contenuti specifici** della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture ...*)
2. Conoscere e padroneggiare **algoritmi e procedure** (*in ambito aritmetico, geometrico ...*)
3. Conoscere e utilizzare **diverse forme di rappresentazione** e saper passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, tabellare, ...*)
4. **Saper risolvere problemi** utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare informazioni utili, confrontare strategie di risoluzione, individuare schemi, risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo, ...*);
5. Riconoscere in contesti diversi il **carattere misurabile** di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (*saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura, ...*);

OCSE-PISA - *le prove di matematica*

TASSO DI CAMBIO

Mei-Ling, una studentessa di Singapore, si prepara ad andare in Sudafrica per 3 mesi nell'ambito di un piano di scambi tra studenti. Deve cambiare alcuni dollari di Singapore (SGD) in rand sudafricani (ZAR).

DOMANDA 1: TASSO DI CAMBIO

Mei-Ling ha saputo che il tasso di cambio tra il dollaro di Singapore e il rand sudafricano è:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling ha cambiato 3.000 dollari di Singapore in rand sudafricani a questo tasso di cambio.

Quanti rand sudafricani ha ricevuto Mei-Ling?

Risposta: $3.000 \times 4,2 = 12.600 \text{ ZAR}$ (l'unità di misura non è richiesta)

OCSE-PISA: *la valutazione delle competenze matematiche*

Aree di contenuto

- Quantità
- Spazio e forma
- Cambiamento e relazioni
- Incertezza

Situazioni e contesti

- Personale
- Scolastica/Professionale
- Pubblica
- Scientifica

Raggruppamenti di competenze

- Riproduzione
- Connessioni
- Riflessione

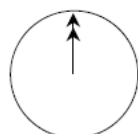
Livelli di difficoltà (1 - 6)

OCSE-PISA - *le prove di matematica*

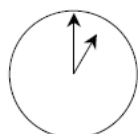
CHIACCHIERATA VIA INTERNET

Mark (da Sydney, Australia) e Hans (da Berlino, Germania) comunicano spesso tra loro utilizzando le «chat» su Internet. Per poter chattare devono collegarsi a Internet nello stesso momento.

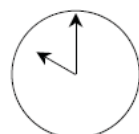
Per trovare un'ora appropriata per chattare Mark ha consultato una tabella dei fusi orari e ha trovato quanto segue:



Greenwich 0:00 (mezzanotte)



Berlino 1:00 di notte



Sydney 10:00 di mattina

Domanda 1: CHIACCHIERATA VIA INTERNET

M402Q01 - 0 1 9

Quando sono le 19:00 a Sydney, che ora è a Berlino?

Risposta: $10 - 1 = 9$ ore di differenza

$19 - 9 =$ Le 10 di mattina o le 10:00

OCSE-PISA - *le prove di matematica*

TASSO DI CAMBIO

Mei-Ling, una studentessa di Singapore, si prepara ad andare in Sudafrica per 3 mesi nell'ambito di un piano di scambi tra studenti. Deve cambiare alcuni dollari di Singapore (SGD) in rand sudafricani (ZAR).

Domanda 1: TASSO DI CAMBIO

M413Q01 - 0 1 9

Mei-Ling ha saputo che il tasso di cambio tra il dollaro di Singapore e il rand sudafricano è:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling ha cambiato 3.000 dollari di Singapore in rand sudafricani a questo tasso di cambio.

Quanti rand sudafricani ha ricevuto Mei-Ling?

Risposta:

CORRETTE:

Italia 70%
OCSE 78,7%

Difficoltà

Livello 1 (406)

Formato

Domanda aperta a risp. breve

Area dei contenuti

Quantità

Situazione e Contesto

Pubblico

Competenze

Riproduzione

OMESSE:

Italia 11,3%
OCSE 6,5%

IEA-TIMSS: la valutazione delle competenze matematiche

Domini di contenuto

Quarta primaria	Terza secondari di I grado
Numero	Numero
Figure geometriche e misure	Algebra
Visualizzazione dati	Geometria
	Dati e probabilità

Domini cognitivi

- Conoscenza
- Applicazione
- Ragionamento

Distribuzione dei livelli di competenza

Avanzato; Alto; Medio; Basso

OCSE-PISA - le prove di matematica

CORRETTE:

Italia 42,00%
OCSE 50,7%

CHIACCHIERATA VIA INTERNET

Mark (da Sydney, Australia) e Hans (da Berlino, Germania) comunicano spesso fra loro utilizzando le «chat» su Internet. Per poter chattare devono collegarsi a Internet nello stesso momento.

Per trovare un'ora appropriata per chattare Mark ha consultato una tabella dei fusi orari e ha trovato quanto segue:

Domanda 1: CHIACCHIERATA VIA INTERNET

Quando sono le 19:00 a Sydney, che ora è a Berlino?

Risposta: _____

OMESSE:

Italia 26,80%
OCSE 18,7%

Difficoltà

Livello 3 (533)

Formato

Domanda aperta a risposta breve

Area dei contenuti

Cambiamento e relazioni

Situazione e Contesto

Personale

Competenze

Connessioni

IEA-TIMSS - le prove di matematica III sec. I grado

Quale cerchio ha approssimativamente la stessa frazione di superficie colorata del rettangolo in figura?

A) B)

C) D)

E)

CORRETTE:

Italia 70,3%
TIMSS 62,5%

OMESSE:

Italia 0,6%
TIMSS 2,1%

Risposta D: 5/12

Classe	III sec. I grado
Formato	Scelta multipla
Dominio di contenuto	Numero
Dominio cognitivo	Conoscenza
Benchmark	Intermedio (475)

IEA-TIMSS - le prove di matematica IV Primaria

In un parcheggio, 762 macchine sono parcheggiate in 6 file uguali. Quanti sono in ciascuna fila?

Risposta: 762 : 6 = 127

CORRETTE:

Italia 51,1%
TIMSS 38,7%

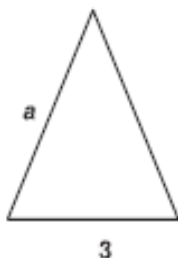
OMESSE:

Italia 10,1%
TIMSS 10,5%

Classe	IV Primaria
Formato	Aperta
Dominio di contenuto	Numero
Dominio cognitivo	Conoscenza
Benchmark	Alto (550)

ESEMPIO 1

D22. Scrivi la formula che esprime il perimetro p del triangolo isoscele in figura in funzione di a .



$$p = \dots\dots\dots = 3 + 2a$$

AMBITO: Relazioni e funzioni

COMPITO: Scrivere una formula che esprime la relazione fra lato e perimetro di un triangolo isoscele

OGGETTO DI VALUTAZIONE:

Rappresentazione di funzioni attraverso espressioni algebriche

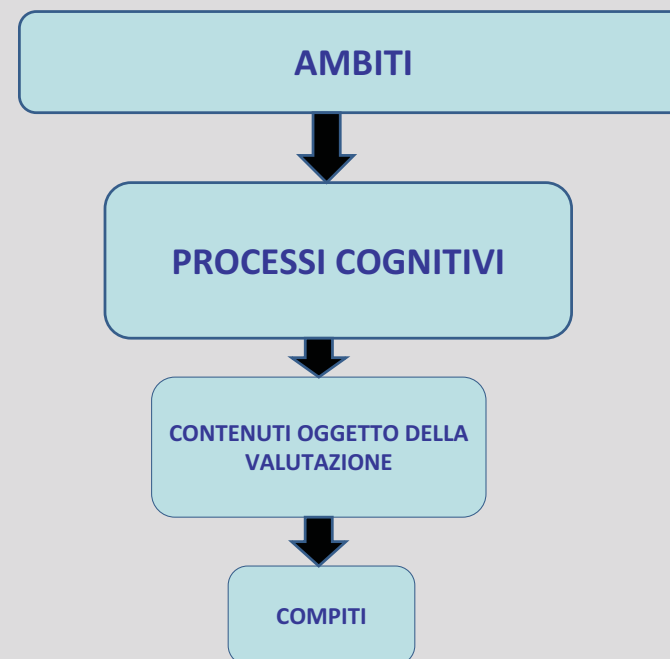
PROCESSO COGNITIVO:

Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica,

26

PN ESAME DI STATO 2010

Struttura del Quadro di riferimento INVALSI



25

Matematica



Analisi di alcuni esempi

Matematica: leggere i risultati - gli strumenti



Quali strumenti?

nel complesso della prova:
il quadro di riferimento
di matematica

per i singoli quesiti :
Griglie di correzione
Guida alla lettura della prova
Approfondimenti

<http://www.invalsi.it>

Matematica: esempi di quesiti



COMPETENZE: Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica

AMBITO DI CONTENUTO: Relazioni e Funzioni

COMPITO: Individuare relazioni fra grandezze

Su una scatola di spaghetti c'è scritto

Spaghetti
cottura 12 minuti
500 grammi

Per cuocere, secondo le indicazioni, 250 g di spaghetti quanti minuti sono necessari?

- A. 6
- B. 9
- C. 12
- D. 24

(da prova SNV 2004-2005 per classe quinta primaria)

Matematica: esempi di quesiti



COMPETENZE: Conoscere e padroneggiare contenuti specifici della matematica

AMBITO DI CONTENUTO: Spazio e Figure

COMPITO: Riconoscere relazioni fra forme e oggetti nello spazio e la loro rappresentazione bi-dimensionale

Se vogliamo pitturare tutta la superficie esterna della costruzione della figura, quante facce di cubetti dovremo colorare in tutto?



- A. 36
- B. 26
- C. 24
- D. 20

(da prova SNV 2005-2006 per classe quinta primaria)

V primaria SNV 2009

5. Un trapezio isoscele ha la base maggiore di 14 cm, la base minore di 8 cm, l'altezza di 4 cm e i lati obliqui di 5 cm. Quanto misura il perimetro del trapezio?

- A. 36 cm².
- B. 31 cm.
- C. 44 cm².
- D. 32 cm.

Lo studente somma tutti i numeri presenti nel testo e non seleziona quelli utili alla soluzione del problema

Classe V primaria di I grado

Ambito: Spazio e figure

Compito: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)

(S.N.V. 2009-2010)

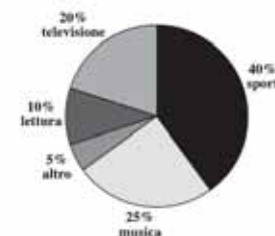
Omissioni	A	B	C	D
2,5	8,9	40,1	8,3	40,2

32

Matematica: leggere i risultati - esempio



D20. Un'indagine sull'attività preferita nel tempo libero, compiuta su un campione di 220 studenti di una scuola con 700 studenti in totale, ha dato i risultati rappresentati nel grafico.



Qual è la probabilità che estraendo a caso uno studente del campione si ottenga un alunno che dedica il tempo libero alla lettura?

- A. $\frac{1}{220}$
- B. $\frac{1}{10}$
- C. $\frac{1}{5}$
- D. $\frac{1}{70}$

Ambito di valutazione	domanda	Mancata risposta	OPZIONI			
Misure, dati e previsioni	D20	1,9	13,6	65,0	7,1	12,5

Classe I sec. I grado (SNV2009-2010)

D6. Nella seguente tabella sono riportati i prezzi del campeggio VACANZE FELICI.

Campeggio VACANZE FELICI - Prezzi giornalieri 2010				
Periodo	dal 18/4 al 13/6 dal 9/9 al 1/11	dal 14/6 al 4/7 dal 26/8 al 8/9	dal 5/7 al 7/8	dal 8/8 al 25/8
Adulti	€ 8,00	€ 10,00	€ 13,00	€ 14,50
Bambini fino a 12 mesi	gratis	gratis	gratis	gratis
Bambini da 1 anno fino a 6 anni	€ 4,00	€ 5,00	€ 6,50	€ 8,50
Bambini da 7 anni fino a 10 anni	€ 6,00	€ 8,00	€ 10,00	€ 12,00

Una famiglia è formata da due adulti, un ragazzo di 9 anni e una bambina di 4 anni. Quanto spenderà per una vacanza di cinque giorni dal 5 al 10 luglio 2010?

Risposta: **212,50 €**

Lo studente deve saper leggere e interpretare una tabella complessa. Deve individuare i valori corrispondenti ai componenti della famiglia, l'intervallo di tempo e calcolare la spesa complessiva.

Omissioni	Corretta	Non corretta
11,7	10	78,2

Livello: alto

34

Classe III sec. I grado (PN 2009-2010)

8. Piero e Giorgio partono per una breve vacanza. Decidono che Piero pagherà per il cibo e Giorgio per l'alloggio. Questo è il riepilogo delle spese che ciascuno di loro ha sostenuto:

	Giorgio	Piero
Lunedì	27 euro	35 euro
Martedì	30 euro	30 euro
Mercoledì	49 euro	21 euro

Al ritorno fanno i conti per dividere in parti uguali le spese.

b) Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta:

$$27+30+49+35+30+21=192 \quad 192/2=96$$

$$\text{Piero: } 35+30+21=86 \quad \text{quindi } 96-86=10$$

Livello: b. Alto

Item a Risposta corretta 10 euro
Item b Procedimento

Lo studente deve individuare una strategia di soluzione di questo problema. La difficoltà sta nel tenere presente che la differenza fra le spese di Giorgio e di Piero va divisa per 2. Lo studente può utilizzare diverse strategie, ad esempio:

- Calcolare le spese complessive dei due amici e farne la differenza e dividere per due
- Calcolare la differenza giorno per giorno e sommarle algebricamente fra loro

Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: Riconosce e risolve problemi di vario genere analizzando la situazione e traducendola in termini matematici, spiegando anche in forma scritta il procedimento seguito, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.

AMBITO: Numeri

COMPITO: Risolvere un problema

OGGETTO DI VALUTAZIONE:
Numeri interi

PROCESSO COGNITIVI:

Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)

Classe I sec. I grado (SNV2009-2010)



D6. Nella seguente tabella sono riportati i prezzi del campeggio VACANZE FELICI.

Campeggio VACANZE FELICI - Prezzi giornalieri 2010				
Periodo	dal 18/4 al 13/6 dal 9/9 al 1/11	dal 14/6 al 4/7 dal 26/8 al 8/9	dal 5/7 al 7/8	dal 8/8 al 25/8
Adulti	€ 8,00	€ 10,00	€ 13,00	€ 14,50
Bambini fino a 12 mesi	gratis	gratis	gratis	gratis
Bambini da 1 anno fino a 6 anni	€ 4,00	€ 5,00	€ 6,50	€ 8,50
Bambini da 7 anni fino a 10 anni	€ 6,00	€ 8,00	€ 10,00	€ 12,00

Una famiglia è formata da due adulti, un ragazzo di 9 anni e una bambina di 4 anni. Quanto spenderà per una vacanza di cinque giorni dal 5 al 10 luglio 2010?

Risposta:

Processo cognitivo

Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica

Ambito: Misura, dati e previsioni

Compito: Risolvere un problema individuando dati da una tabella complessa

Classe III sec. I grado (PN 2009-2010)

D8. Piero e Giorgio partono per una breve vacanza. Decidono che Piero pagherà per il cibo e Giorgio per l'alloggio. Questo è il riepilogo delle spese che ciascuno di loro ha sostenuto:

	Giorgio	Piero
Lunedì	27 euro	35 euro
Martedì	30 euro	30 euro
Mercoledì	49 euro	21 euro

Al ritorno fanno i conti per dividere in parti uguali le spese.

a) Quanti euro deve dare Piero a Giorgio per far sì che entrambi abbiano speso la stessa somma di denaro?

Risposta: **10** euro

Livello: a. Alto

Ambito: Numero

La difficoltà sta nel tenere presente che la differenza fra le spese di Giorgio e di Piero va divisa per 2. Un dato è inutile: martedì. Sono possibili diverse strategie di soluzione

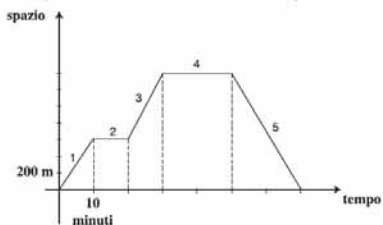
Omissioni	Corretta	Non corretta
10,3	26,8	62,9

35

Classe III sec. I grado (PN 2009-2010)



D15. Manuela è uscita da casa per fare una passeggiata lungo un viale. Il grafico seguente rappresenta la posizione di Manuela in funzione del tempo.



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

- | | |
|----|---|
| a. | Il grafico mostra che Manuela nel tratto 3 ha camminato più velocemente del tratto 1 |
| b. | Il grafico mostra che Manuela nel tratto 5 è tornata indietro |
| c. | Il grafico mostra che Manuela nel tratto 1 e nel tratto 5 ha camminato alla stessa velocità |
| d. | In 70 minuti, comprese le soste, Manuela ha percorso 1400 metri |

e. Osservando il grafico, quale informazione ricavi su quello che M ha fatto nel tratto 2 e nel tratto 4?

Risposta:

OGGETTO DI VALUTAZIONE:
Rappresentazione di fenomeni attraverso grafici

PROCESSO COGNITIVO:
Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni. ...)

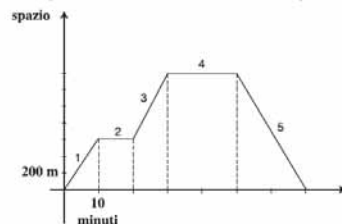
Ambito: Relazioni e funzioni

Compito: Leggere e interpretare un grafico spazio-tempo

Classe III sec. I grado (PN 2009-2010)



D15. Manuela è uscita da casa per fare una passeggiata lungo un viale. Il grafico seguente rappresenta la posizione di Manuela in funzione del tempo.



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

	V	F
a.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e. Osservando il grafico, quale informazione ricavi su quello che Manuela ha fatto nel tratto 2 e nel tratto 4?

Risposta:

Prima parte: Risposta corretta V V F F
Seconda parte: Manuela si è fermata

Le affermazioni e la richiesta finale fanno riferimento all'interpretazione di un grafico spazio-tempo.

Livello:

a. Basso

b. Alto

c. Basso

d. Alto

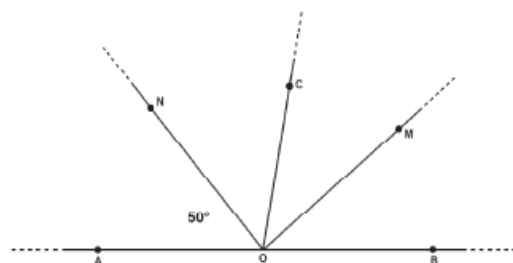
e. Alto

Ambito: Relazioni e funzioni

Compito: Leggere e interpretare un grafico spazio-tempo

Classe I sec. I grado (SNV 2009-2010)

D12. Nella seguente figura i punti A, O e B giacciono sulla stessa retta. OM divide in due parti uguali l'angolo $\hat{B}OC$ e ON divide in due parti uguali l'angolo $\hat{A}OC$.



a. Qual è la misura dell'angolo \hat{MOB} ?

Risposta: 40° gradi

b. Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

AMBITO: Spazio e Figure

COMPITO: Calcolare l'ampiezza di un angolo a partire da informazioni presenti nel testo e nella figura

OGGETTO DI VALUTAZIONE:
Angoli e loro ampiezza

PROCESSO COGNITIVI:
Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)

Classe V primaria (SNV 2009-2010)



D14. Per misurare l'ampiezza dell'angolo α , Francesco posiziona il goniometro nel modo che vedi.



Quanto misura l'angolo α ?

- A. 35°
- B. 55°
- C. 90°
- D. 145°

Lo studente deve saper leggere uno strumento di misura noto, il goniometro, e interpretare la lettura.

Risposta corretta B

Le risposte C e D corrispondono ad una lettura diretta della misura dell'angolo sul goniometro.

AMBITO: Misure, Dati e Previsioni

COMPITO: Interpretare le informazioni date da uno strumento di misura (goniometro)

OGGETTO DI VALUTAZIONE:
Misure di grandezze continue attraverso oggetti e strumenti

PROCESSO COGNITIVO:
Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura, ...)

Livello: ALTO

Classe I sec. I grado (SNV 2009-2010)

D17. Nonna Pina l'anno scorso con 21 Kg di prugne ha preparato 7 Kg di marmellata. Quest'anno vuole fare 10 Kg di marmellata.

a. Quanti chili di prugne le serviranno?

Risposta:30..... Kg

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

.....
.....

AMBITO: Relazioni e Funzioni

COMPITO: Applicare il ragionamento proporzionale per risolvere un problema

OGGETTO DI VALUTAZIONE: Grandezze direttamente proporzionali

PROCESSO COGNITIVI:

Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)

Livello: ALTO
(entrambi)

Corretta a	Corretta b	Omissioni
45,2	31,2	21,2

Classe III sec. I grado (PN 2009-2010)

D17. L'insegnante dice: "Prendiamo un numero naturale che indichiamo con n . Cosa si può dire del risultato di $n(n-1)$? È sempre pari, oppure sempre dispari, oppure può essere qualche volta pari e qualche volta dispari?". Alcuni studenti rispondono in questo modo:

Roberto: "Può essere sia pari sia dispari, perché n è un numero qualsiasi"

Angela: "È sempre dispari, perché $n-1$ indica un numero dispari"

Ilaria: "È sempre pari, perché $3 \times (3-1)$ fa 6, che è pari"

Chiara: "È sempre pari perché n e $(n-1)$ sono numeri consecutivi e quindi uno dei due deve essere pari"

Chi ha ragione e fornisce la spiegazione corretta?

- A. Roberto
 B. Angela
 C. Ilaria
 D. Chiara

Lo studente deve riconoscere l'unica argomentazione corretta relativa alla proprietà che il prodotto fra due numeri naturali consecutivi è sempre pari. La rappresentazione algebrica è un'ulteriore difficoltà.

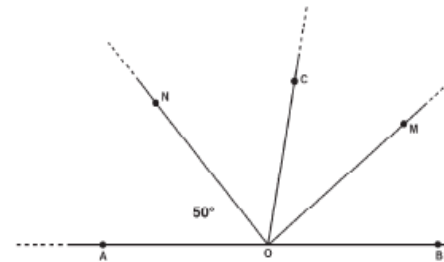
Livello: Alto

Ambito: Relazioni e funzioni

Omissioni	A	B	C	D
0,8	32,9	7,0	18,5	40,3

Classe I sec. I grado (SNV 2009-2010)

D12. Nella seguente figura i punti A, O e B giacciono sulla stessa retta. OM divide in due parti uguali l'angolo $B\hat{O}C$ e ON divide in due parti uguali l'angolo $A\hat{O}C$.



a. Qual è la misura dell'angolo $M\hat{O}B$?

Risposta: gradi

Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

Omissioni	Corretta	Non corretta
19,6	29,5	50,9

Lo studente deve interpretare un testo corrispondente ad una figura geometrica per individuare l'ampiezza di un angolo senza misurarlo. L'informazione implicita è che la somma degli angoli è 180° .

Item a

Risposta corretta 40°

Item b

Sono possibili strategie diverse ad esempio:

$$50^\circ + 50^\circ = 100^\circ, \text{ quindi}$$

$$180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \text{ e } 80^\circ : 2 = 40^\circ$$

Oppure

$$180^\circ : 2 = 90^\circ$$

$$90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

In una attività didattica potrebbe essere interessante confrontare le diverse strategie degli allievi.

Livello: ALTO

Classe III sec. I grado (PN 2009-2010)

D17. L'insegnante dice: "Prendiamo un numero naturale che indichiamo con n . Cosa si può dire del risultato di $n(n-1)$? È sempre pari, oppure sempre dispari, oppure può essere qualche volta pari e qualche volta dispari?". Alcuni studenti rispondono in questo modo:

Roberto: "Può essere sia pari sia dispari, perché n è un numero qualsiasi"

Angela: "È sempre dispari, perché $n-1$ indica un numero dispari"

Ilaria: "È sempre pari, perché $3 \times (3-1)$ fa 6, che è pari"

Chiara: "È sempre pari perché n e $(n-1)$ sono numeri consecutivi e quindi uno dei due deve essere pari"

Chi ha ragione e fornisce la spiegazione corretta?

- A. Roberto
 B. Angela
 C. Ilaria
 D. Chiara

Ambito: Relazioni e funzioni

Compito: Individuare un'argomentazione corretta sulle proprietà dei numeri naturali

Processo cognitivo

Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)

Classe I sec. I grado (SNV 2009-2010)

D7. Carla, Luca e Gianni comprano un sacchetto di caramelle. Carla mangia $\frac{1}{5}$ delle caramelle, Luca i due decimi, Gianni il 20%. Chi ne mangia di più?

- A. Carla
 B. Luca
 C. Gianni
 D. Nessuno: tutti ne mangiano lo stesso numero

Livello: ALTO

Lo studente deve confrontare rappresentazioni diverse di uno stesso numero: frazione, percentuale e scrittura.

Risposta corretta D

AMBITO: Numeri

COMPITO: Confrontare rappresentazioni diverse dello stesso numero

OGGETTO DI VALUTAZIONE: Numeri razionali e percentuali

PROCESSO COGNITIVO:

Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)

46

Classe I sec. I grado (SNV 2009-2010)

D20. L'insegnante chiede: "Un numero primo maggiore di 2 è sempre dispari?". Quattro studenti rispondono così:



Chi ha ragione?

- A. Paolo
 B. Giorgio
 C. Cristina
 D. Monica

Lo studente deve conoscere e padroneggiare la definizione di numero primo per individuare l'unica argomentazione corretta e completa.

Risposta corretta B

Le altre risposte individuano errori tipici degli studenti:
 - Paolo (A) associa al fatto che i numeri primi siano infiniti il fatto che non si possa sapere cosa può succedere;
 - Cristina (C) non coglie il fatto che un numero pari maggiore di 2, avrà sempre almeno tre divisori (1, se stesso e 2 in quanto pari)
 - Monica (D) dimentica che fra i divisori di un numero c'è sempre il numero stesso e quindi, se il numero è pari e maggiore di 2, i divisori sono più di 2

AMBITO: Numeri

COMPITO: Individuare un'argomentazione corretta

OGGETTO DI VALUTAZIONE: Numeri primi

PROCESSO COGNITIVO:

Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)

Livello: INTERMEDIO

45

Classe III sec. I grado (PN 2009-2010)

D20. Il Signor Carlo scende dal tram all'incrocio di via Pietro Micca con via Antonio Giuseppe Bertola (nella mappa che vedi qui sotto il punto è contrassegnato da un asterisco).



Percorre 200 metri di via Bertola e all'incrocio con via 20 Settembre svolta dopo aver camminato per 150 metri, raggiunge l'incrocio con via Pietro Micca decide di tornare al punto di partenza per via Pietro Micca. Quanti metri percorre al ritorno?

- A. 200 m
 B. 250 m
 C. 350 m
 D. 600 m

Lo studente deve individuare, a partire da un testo scritto, un percorso su una mappa stradale e riconoscere che il percorso è rappresentato da un triangolo. Lo studente dovrebbe poi applicare il teorema di Pitagora (si tratta di una terna pitagorica). Oppure potrebbe analizzare la compatibilità fra i dati indicati nel testo (200m, 150m) e le risposte e individuare la A e la B come le uniche compatibili con le condizioni di esistenza di un triangolo, ed escludere quindi la A perché il triangolo è rettangolo, o comunque non isoscele.

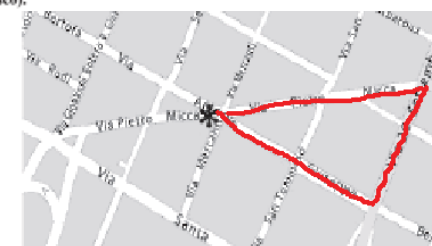
Un'altra strategia risolutiva, può essere quella di misurare un cateto con il righello e ricavare la scala della cartina (visto che i dati ci dicono quanto è lunga la strada nella realtà); poi si misura l'ipotenusa e con la scala si ottiene la lunghezza reale.

Senza utilizzare il Teorema di Pitagora, spiega perché le risposte A, C e D sono sbagliate.

48

Classe III sec. I grado (PN 2009-2010)

D20. Il Signor Carlo scende dal tram all'incrocio di via Pietro Micca con via Antonio Giuseppe Bertola (nella mappa che vedi qui sotto il punto è contrassegnato da un asterisco).



Percorre 200 metri di via Bertola e all'incrocio con via 20 Settembre svolta dopo aver camminato per 150 metri, raggiunge l'incrocio con via Pietro Micca decide di tornare al punto di partenza per via Pietro Micca. Quanti metri percorre al ritorno?

- A. 200 m
 B. 250 m
 C. 350 m
 D. 600 m

AMBITO: Spazio e figure

COMPITO: Utilizzare il teorema di Pitagora per risolvere problemi

OGGETTO DI VALUTAZIONE: Teorema di Pitagora. Condizioni di esistenza di un triangolo.

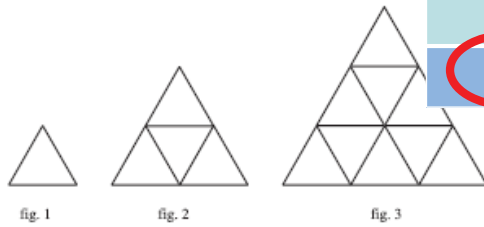
PROCESSO COGNITIVO:

Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...)

Livello: ALTO

47

D21. Queste sono le prime tre figure di una sequenza.



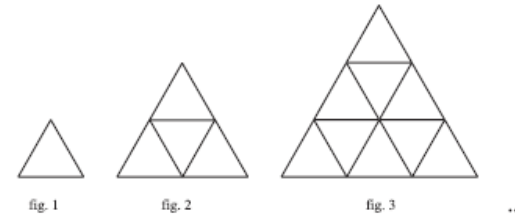
Il lato del triangolo di figura 2 è il doppio di quello di figura 1 e la sua area è quattro volte più grande. Il lato del triangolo di figura 3 è il triplo di quello di figura 1 e l'area è nove volte più grande.

- a) Un triangolo formato da 30 triangoli uguali a quello di figura 1 appartiene alla sequenza?
 Sì
 No
- b) Giustifica la tua risposta:

Si tratta di una regolarità geometrica; lo studente non deve individuare il numero di triangolini che compongono una figura n, ma viceversa stabilire se un numero dato di triangolini fa parte della successione. La giustificazione comporta il riconoscimento della regola di costruzione della sequenza.

Corretta a	Corretta b	Omissioni
53,1	16,8	22,0

D21. Queste sono le prime tre figure di una sequenza.



Il lato del triangolo di figura 2 è il doppio di quello di figura 1 e la sua area è quattro volte più grande. Il lato del triangolo di figura 3 è il triplo di quello di figura 1 e l'area è nove volte più grande.

- a) Un triangolo formato da 30 triangoli uguali a quello di figura 1 appartiene alla sequenza?
 Sì
 No
- b) Giustifica la tua risposta:

Livello: ALTO (entrambi)

AMBITO: Relazioni e funzioni
COMPITO: Individuare la regola generatrice di una sequenza
OGGETTO DI VALUTAZIONE: Ricerca di regolarità
PROCESSO COGNITIVI: Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)

Grazie
e ora a voi . . .
Buon lavoro!